

Câu 1 (1 điểm). Tìm giá trị của a thỏa mãn phương trình

$$\int_1^a \left(\frac{2t+1}{t} \mathbf{i} + \frac{3t^2}{\sqrt{1+t^3}} \mathbf{j} \right) dt = (2 + \ln 2) \mathbf{i} + (6 - 2\sqrt{2}) \mathbf{j}$$

Câu 2 (1 điểm) Một vật thể chuyển động trong không gian với vectơ vị trí theo thời gian t (tính bằng giây) cho bởi:

$$\mathbf{R}(t) = \langle 5t, 2\cos(t), 2\sin(t) \rangle \text{ (đơn vị tọa độ: mét).}$$

Tính tốc độ của vật thể tại thời điểm $t = \frac{\pi}{2}$.

Câu 3 (2.5 điểm) Cho hàm số $F(x, y, z) = x^2z + yz^2 - 2xy + x - 3z - 1$.

- Viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cong $F(x, y, z) = 0$ tại điểm $M(1, 2, -1)$.
- Tìm cực trị tương đối (nếu có) của hàm $g(x, y) = F(x, y, 1)$.

Câu 4 (1 điểm) Chứng minh rằng hàm số $u = g(2x + 3y)$ thỏa mãn phương trình đạo hàm riêng

$$3 \frac{\partial u}{\partial x} - 2 \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \text{ trong đó } g(t) \text{ là hàm khả vi.}$$

Câu 5 (2 điểm)

- Tính tích phân $I = \iint_D (2x + 3y) dA$, với D là miền tam giác giới hạn bởi các đường thẳng $x = 0$, $y = 2$, và $y = 2x$.
- Tính thể tích của miền bị chặn trên bởi mặt nón $z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2}$ và bị chặn dưới bởi mặt nón $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Câu 6 (2.5 điểm).

- Chứng minh rằng tích phân đường $I = \int_C (2x + e^y) dx + (xe^y + \cos y) dy$ không phụ thuộc đường cong.

Hãy tính tích phân đó khi C là đường cong đi từ điểm $A(0, 1)$ đến điểm $B(0, -1)$.

b. Một trạm biến áp có hệ thống cách điện dạng mặt cong S được mô tả bởi phương trình:

$z = \sqrt{x^2 + y^2 + 1}$ với $1 \leq z \leq 3$. Điện trường trong khu vực này được cho bởi trường vector: $\mathbf{E}(x, y, z) = 2x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$. Hãy tính thông lượng điện trường

$$\Phi_E = \iint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{N} dS$$

qua bề mặt của S với pháp tuyến đơn vị $\mathbf{N}$ hướng lên.

Ghi chú: Cán bộ coi thi không được giải thích đề thi.

Chuẩn đầu ra của học phần (về kiến thức)	Nội dung kiểm tra
CLO1: Tính được giới hạn, đạo hàm, tích phân của hàm vector và của hàm nhiều biến.	Câu 1,2,3,4,5,6
CLO2: Sử dụng giới hạn, đạo hàm, tích phân của hàm vector và của hàm nhiều biến để giải quyết các bài toán ứng dụng.	Câu 3,6
CLO3: Tính được các đại lượng đặc trưng của hàm véc tơ.	Câu 1
CLO4: Vận dụng ý nghĩa và mối quan hệ của các đại lượng đặc trưng của trường vector để giải quyết các bài toán ứng dụng.	Câu 6

Ngày 10 tháng 10 năm 2025

Trưởng bộ môn

Phạm Văn Hiền